Divisjon
Fra a til å

VEILEDER FOR FORELDRE MED BARN I 5. – 7. KLASSE

EMNER Side

1 INNLEDNING TIL DIVISJON

Divisjon er en av de fire regneartene. Svært ofte viser det seg å være en av de store bøygene for mange barn. Ofte kan årsaken til vanskelighetene her være en av to:

1. Barnet mangler grunnleggende forståelse for hva divisjon egentlig er. De fleste knytter divisjon til det å dele, og kan dermed ha etablert en grunnleggende misoppfatning til divisjonsprosessen.

2. Barnet møter teoretiske problemstillinger knyttet til divisjon på et for tidlig tidspunkt. Et eksempel på for tidlig teoretisering kan være at algoritme (fremgangsmåte) knyttet til hvordan løse en divisjonsoppgave blir selve problemstillingen før barnet har forstått hvordan den samme oppgaven kan løses rent praktisk.

Dette er prosesser som først og fremst hører hjemme på småskoletrinnet. På mellomtrinnet er problemstillingen først og fremst å utvide barnets forståelse. Her innføres divisjon med rest. Her innføres distinksjonen mellom målings- og delingsdivisjon. Her utvides tallbegrepet til å omfatte desimaltall og negative tall.

Men hvis et barn har problemer med å forstå divisjon, vil vi kunne observere dette gjennom de feilene barnet gjør, og de misoppfatningene barnet har etablert. For dette barnet er det nyttig å se progresjonen i forholdet til divisjon også for småskoletrinnet. Det er derfor naturlig å starte denne innføringen i divisjon for mellomtrinnet med et kapittel om hva barnet har gjennomgått i småskolen, og hva det forventes å kunne når det begynner i 5. klasse.

2 HVA ELEVENE SKAL KUNNE ETTER 4. KLASSETRINN

Denne veilederboken er ikke knyttet til noe bestemt læreplan. Når boken skrives (2009 – 2010) gjelder lærerplanen Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet and Utdanningsdirektoratet 2006) . For å gjøre dette kapitlet kort og oversiktelig, velger jeg å referere til Kunnskapsløftet i denne sammenheng. De kompetansemålene som er oppgitt i dette kapitlet er derfor hentet fra denne lærerplanen, og gir en indikasjon om hva som i dag forventes av kunnskap hos barn som begynner i 5. klassetrinn.

Kompetansemål etter 2. årstrinn

Tall

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

• telle til 100, dele opp og bygge mengder opp til 10, sette sammen og dele opp

tiergrupper

• doble og halvere

Kompetansemål etter 4. årstrinn

Tall

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

• bruke den lille multiplikasjonstabellen og gjennomføre multiplikasjon og divisjon

knyttet til ulike praktiske situasjoner

• velge og begrunne valg av regneart, bruke tabellkunnskaper tilknyttet regneartene og

utnytte enkle sammenhenger mellom regneartene

3 Å DELE ER MER ENN Å DELE EN PIZZA

Som vi så i forrige kapittel, er divisjonserfaringene hos barn frem til og med 4. klasse først og fremst knyttet til praktiske øvinger med deling. Det aller mest grunnleggende er at det skal deles likt. Hvis to personer skal dele 400 kroner, vil de aller fleste mene at de får 200 kroner hver. Det er ikke alltid slik. Det hender at den ene får 300 kroner og den andre får 100 kroner. Selv om de ikke får like mye, så er de 400 kronene delt på 2 personer.

I det virkelige livet praktiserer vi alle varianter av å dele. Her er noen eksempler:

1. Du er ute på restaurant og spiser sammen med venner. Når regningen skal betales, hvordan deles den? Hele regningen delt (likt) på antall deltakere? Hver deltaker gransker regningen og finner ut hvor mye han/hun har spist og drukket for? Uansett: Dere deler regningen.

2. Hvis det er pizza dere spiser – er dere nøye på at alle spiser like mye, eller deler dere en pizza selv om Ole spiser 3 store stykker og du spiser 2 små? Betaler dere hele pizzaen selv om det blir liggende igjen en bit?

3. Har du noen gang opplevd to eller flere barn som skal dele snop? Ofte kan det bli en hel greie av å få delt så rettferdig – så likt – som mulig.

Å dele er ikke alltid å dele likt, men når det gjelder divisjon slik vi bruker ordet i matematikken, vil utgangspunktet være at det skal deles likt. De fleste barn som blir stilt overfor en praktisk oppgave om for eksempel å dele et gitt antall brikker, vil bestrebe seg på at alle skal få like mye. Et barn som har skjønt dette, har skjønt selve grunnprinsippet om deling og divisjon.

Matematikken har navn på alt. Også de ulike tallene som inngår i et divisjonstykke har sine egne navn. Vi kaller det tallet som skal deles for dividend. Det kan oversettes med ”Det som skal deles”. Hvor mye det skal deles på, eller hvor mange deler dividenden skal deles i, kalles divisor. Resultatet kalles kvotient (uttales kvosient)..

Dividend : divisor = Kvotient.

Ofte brukes kvotienten som et forholdstall. Det mest kjente eksemplet er π (pi). Det fremkommer hvis du deler omkretsen i en sirkel på diameteren og runder av svaret. Dette forholdstallet brukes i nær sagt alle beregninger som impliserer en sirkel. Når kvotienten behandles som en fast konstant (som π) kalles den koeffisient. Bruken av π er nærmere omtalt i kapitlet ”Geometri”. En morsom og lærerik øvelse er å måle omkretsen og diameteren på flere sirkler og regne ut forholdet mellom dem. Mange blir overrasket og forbauset når de ser at svaret alltid blir tilnærmet lik 3,14.

Men for å få til denne øvelsen, er det en forutsetning å beherske divisjon. Og å ha en innarbeidet fremgangsmåte som gjør operasjonen enklere. Fremgangsmåter ved utregninger slår for alvor inn på mellomtrinnet.

Men for å utvide barnets forståelse og begrepsapparat er det nødvendig også å utvide delebegrepet til det mer omfattende divisjonsbegrepet. Divisjon brukes ikke bare når noe skal deles(Breiteig and Venheim 1999). Og det er ikke alltid at regnestykket går opp. Vi skal se på noen slike eksempler.

3a NÅR NOE SKAL DELES (Delingsdivisjon)

Ved delingsdivisjon vil divisor angi hvor mange delmengder dividenden skal deles opp i. Spørsmålet er hvor store delmengdene blir:

Eksempel:

Vi har 18 egg, og de skal fordeles på tre eggkartonger. Hvor mange egg blir det i hver kartong?

	:	  	=	
18	:	3	=	6

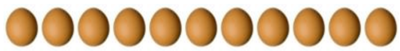
I en delingsdivisjon vil benevningen i svaret være den samme som i dividenden. Vel, det stemmer ikke helt. Den korrekte benevningen i dette svaret er egg/pk. Dette er nærmere forklart i kapitlet om brøk. Men som en hjelperegel kan det holde, og bidra til å forstå forskjellen på delings- og målingsdivisjon.

3a.1 Delingsdivisjon med rest som regnes med

Ofte er det slik at delestykket ikke går opp. Det vil avhenge av oppgaven (oppdraget) om vi skal regne med eller se bort i fra denne resten.

Eksempel:

Du skal koke 11 egg i 2 omganger. Hvor mange egg må det være plass til i kjelen?

	:		=	
11	:	2	=	5
				(+ 1 i rest)

Her ser vi at selv om svaret i dette delestykket blir 5 med 1 til rest, må svaret på oppgaven bli 6. Det må være plass til 6 egg i kjelen for å kunne koke 11 egg i 2 omganger.

3a.2 Delingsdivisjon med rest som ikke regnes med

Men så hender det at den resten som blir igjen ikke får noen betydning for løsningen på oppgaven:

Eksempel:

Du har 18 egg, og skal steke vafler. Den oppskriften du har vil gi for lite vafler, og du har bare egg nok til å 3-doble oppskriften. Hvor mange egg krever oppskriften?

17	:	3	=	5
				(+ 2 i rest)

Her spiller det ingen rolle om du får 2 egg til overs. Du kan likevel bare få plass til 5 egg i oppskriften. (Men spør du meg blir vaflene enda bedre om du hiver oppi de to siste egga også.)

Så langt har vi sett på divisjon der noe skal deles. Det er slik de fleste er vant til å forstå divisjon. Men divisjon er mer…

3b NÅR NOE SKAL MÅLES (Målingsdivisjon)

Når det gjelder målingsdivisjon angir divisor hvor store delmengder vi skal dele dividenden i. Her blir altså spørsmålet hvor mange slike delmengder det blir. På mange måter har vi den motsatte problemstillingen av hva vi hadde med delingsdivisjon.

Eksempel:

Vi har 18 egg, og de skal fordeles på eggkartonger med 6 egg i hver kartong.. Hvor mange kartonger trenger vi?

	:		=	
18	:	6	=	3

I målingsdivisjon vil dividend og divisor ha samme benevning. Svaret vil ikke ha noen benevning i det hele tatt. Når det gjelder regnefortellinger (tekstoppgaver) vil det derfor være viktig at tekstsvaret blir presist utformet.

3b.1 Målingsdivisjon med rest som regnes med

Du skal flytte disse eggkartongene fra bordet og sette dem inn i skapet. Du klarer å bære 2 kartonger på en gang. Hvor mange ganger må du gå fra bordet til skapet?

	:		=	
3	:	2	=	1
				(+ 1 i rest)

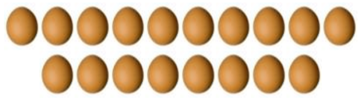
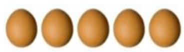
Her ser vi at selv om svaret i delestykket blir 1, så må løsningen på oppgaven bli 2. Du må gå to ganger for å flytte alle tre kartongene, når du bare klarer to av gangen.

3b.2 Målingsdivisjon med rest som ikke regnes med

Dette er den type oppgaver som de fleste husker fra sin egen skoletid. Et delestykke som ikke går opp, og som ender med en rest. For mange er det (og var det, kanskje?) et logisk problem at denne resten bare ble hengende der uten mål og mening.

I det praktiske liv kan det svært ofte hende at vi uten å blunke foretar en målingsdivisjon med en rest som ikke regnes med. La oss holde oss til eksemplet med eggene. Nå står det altså 3 kartonger med til sammen 18 egg i skapet. Og så skal du bake:

Oppskriften krever 5 egg, og du skal ha et stort selskap, så du bestemmer deg for å bake flere kaker. Problemstillingen blir hvor mange kaker du har egg til!

	:		=	
18	:	5	=	3
				(+ 3 i rest)

Her ender du altså opp med en rest på 3, men praktisk sett er det helt uten betydning. Divisjonen viser at du har nok egg til å bake 3 kaker.

4 BRØK

En brøk kan betraktes som et divisjonstykke, der brøkstreken erstatter deletegnet.

Du vil lett kunne oppdage dette, dersom du lager en divisjon av en brøk, altså deler teller på nevner:

Her er noen eksempler:

$\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0{,}5$ $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ $\frac{1}{10} = 1 : 10 = 0{,}1$

Brøk er bredere behandlet i et eget hovedkapittel.

5 HODEREGNINGSTEKNIKKER

Hoderegningsteknikker finner du nærmere omtalt i et hovedkapittel. I forbindelse med divisjon er det likevel greit å rette fokus mot ett forhold som har med hoderegning å gjøre.

Det handler om noen enkle huskeregler du lurer på hva et tall kan deles med. Denne tabellen kan hjelpe:

Regel	Divider es med	Forklaring
Tall som ender på et partall (0, 2, 4, 6, 8)	2	Det er nettopp partallenes egenskap at de er delelig med 2. Ellers ville de ikke vært partall.
Tall med tverrsum delelig med 3	3	Tverrsummen finner du ved å addere alle sifrene i et tall. Eksempel 1: Tallet 23456: $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ 20 er ikke delelig med 3 – derfor er tallet ikke delelig med 3 Eksempel 2: Tallet 123456: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ 21 er delelig med 3. Tallet er delelig med 3
Hvis de 2 siste sifrene i et tall kan deles på 4	4	
Tall som slutter på 0 eller 5	5	
Partall der tverrsummen er delelig med 3	6	
Tall med tverrsum delelig med 9	9	
Tall som slutter på 0	10	

For å regne effektivt i hodet vil de fleste lage sine egne strategier. Ofte vil det være vanskelig å sette seg inn i strategier som andre har utviklet. De fleste barn vil finne det stimulerende og morsomt å trene på å regne i hodet. Jo mer man trener, jo flinkere blir man. Å leke med hoderegning kan man gjøre i nesten hvilken som helst situasjon. Her er noen eksempler:

1. Stopper dere på en biltur for å kjøpe is? Hvor mye koster det til sammen?
2. Har du råd til både kinobillett og popkorn hvis du har en hundrelapp?
3. Hvor langt er det igjen til tante Agathe når dere har kjørt 14 km?

Det er viktig å la barn forklare hvordan de kom fram til svaret. Da blir de mer oppmerksom på sine egne strategier. Pass bare på at regnestykkene ikke blir for vanskelige. Da daler interessen merkbart.

Flere måter å gjøre det på

6 FLERE MÅTER Å GJØRE DET PÅ

La oss se på hvordan ulike divisjonsalgoritmer kan utvikles.

I sin enkleste form er divisjon det motsatte av multiplikasjon.

Eksempel 1:

Multiplikasjon:		$5 \cdot 6 = 30$
	Eller	$6 \cdot 5 = 30$
Divisjon:		$30 : 6 = 5$
	Eller	$30 : 5 = 6$

I dette eksemplet er det altså viktig å kunne 5-gangen eller 6-gangen.

Forbe-redende algoritme

6a FORBEREDENDE ALGORITMER

Litt vanskeligere blir det straks når dividenden blir større enn divisor · 10. Altså når den lille multiplikasjonstabellen ikke strekker til. Da trenger vi å utvikle et system – en fremgangsmåte – en algoritme:

Eksempel 2: Trinn a

$75 : 5 =$

I praktisk regning kan for eksempel 75 splittes opp:

Eksempel 2: Trinn b

$75 : 5 =$	$70 : 5 =$
	$5 : 5 =$

…men dette gjør i grunnen ikke situasjonen noe lettere. Vi står fortsatt igjen med problemet 70 : 5, som vi ikke uten videre kan lese ut av den lille multiplikasjonstabellen.

En annen måte å tenke på er altså å splitte 75 opp i størrelser som vi kan finne igjen i multiplikasjonstabellen. For eksempel:

Eksempel 2: Trinn c

75 : 5 =

50 : 5 =
25 : 5 =

Her har vi delt opp 75 i tall som vi kjenner fra 5-gangen – og det er jo 5 vi skal dele på.

Eksempel 2: Trinn d

75 : 5 =

50 : 5 = 10
25 : 5 = 5

I eksempel 2d ser vi raskt at 75 : 5 = 15 (summen av de to delingene).

Denne fremgangsmåten kan også brukes på litt større regnestykker:

Eksempel 2: Trinn e

475 : 5 =

400 : 5 = 80
50 : 5 = 10
25 : 5 = 5

Men allerede her støter vi på et litt større problem, nemlig 400 : 5. Vi må kunne se at 400 er $50 \cdot 8$ og at $50 = 10 \cdot 5$. Bytter vi 4-tallet ut med et 6-tall, ser vi problemet enda tydeligere.

Altså ser vi at denne algoritmen allerede her er i ferd med å nå sin yttergrense. Den er fullt ut brukbar ved små tall, og barn som bruker denne algoritmen viser stor grad av forståelse både når det gjelder tall og tallstørrelser, og når det gjelder selve divisjonsprosessen. Men den har altså sine begrensninger, og er vel å betrakte som et stadium frem mot en mer teoretisk, men også mer anvendelig algoritme når det gjelder større og mer komplekse tall.

6b STANDARDALGORITME

Denne algoritmen er nok den som brukes i de fleste læreverk for tiden. Det er derfor jeg velger å kalle den Standardalgoritme.

Sammenligner du med trappetrinnsalgoritmen (6c), vil du se at de i virkeligheten er ganske like. Den største forskjellen ligger i måten selve oppgaven, regnestykket, er skrevet. Standardalgoritmen skrives slik som vi vanligvis leser – fra venstre mot høyre – og kan leses direkte ut av hvordan den føres: Sekshundreogsyttifem delt på fem.

Vi velger oppgaven:

Eksempel 3: Trinn a

675 : 5 =

Vi skjønner fra tidligere at tallet 675 kan deles opp:

Eksempel 3: Trinn b

600 : 5 =
70 : 5 =
5 : 5 =

Det er viktig å ha denne forståelsen, selv om vi i denne algoritmen ikke splitter opp tallet. Hvis vi skulle delt for eksempel 675 kroner på 5 personer, ville de fleste av oss begynt med å dele ut de største enhetene, hundrekronerssedlene. Merk at det er 6 hundrekroner-sedler, og ikke 600.

Eksempel 3: Trinn c

675 : 5 = 1

Når alle har fått 1 hundrelapp hver, har vi delt ut 5 hundrelapper. Av de 6 vi har til utdeling, står vi altså igjen med 1 hundrelapp.

Eksempel 3: Trinn d

675 : 5 = 1
5
1

Men vi kan ikke uten videre dele en hundrelapp på 5 personer. Den må veksles inn i tiere.

1 hundrelapp = 10 tiere

675 : 5 = 1
5
10

Men så er det vi må huske på utgangspunktet: 675. Vi har jo 7 tiere fra før. De legger vi nå i haugen sammen med de 10 tierne vi vekslet inn.

Eksempel 3: Trinn e

675 : 5 = 1
5
17

OK. Så nå har vi 17 tiere som skal deles på 5 personer. Da får de 3 tiere hver:

Eksempel 3: Trinn f

675 : 5 = 13
5
17

5 personer har fått 3 tiere hver. Så blir det å spørre: Hvor mange tiere har vi da delt ut?

Jo – 3 · 5 = 15.

Og vi står igjen med 2 av de 17 tierne.

Eksempel 3: Trinn g

675 : 5 = 13
5
17
15
2

Og dermed står vi i grunnen der vi stod med 1 hundrelapp som vi ikke uten videre kunne dele ut. De 2 tierne kan heller ikke uten videre deles på 5. Prøv så skal du se.

Og løsningen på dette problemet blir det samme som sist: Vi må veksle:

675 : 5 = 13
5
17
15
20

2 tiere er blitt til 20 kronestykker.

Så er det bare å huske på de 5 kronene vi hadde i utgangspunktet. Det er viktig at vi her tenker 5 kronestykker, og ikke 1 femkrone. Hele fremgangsmåten er basert på titallsystemet (Det er nærmere forklart i et eget hovedkapittel).

Eksempel 3: Trinn h

675 : 5 = 13
5
17
15
25

Nå nærmer vi oss slutten. Vi har delt ut hundrelappene og tikronene. Nå står det igjen å dele ut kronestykkene.

Eksempel 3: Trinn i

675 : 5 = 135
<u>5</u>
17
<u>15</u>
25

Nå har de fem personene fått 135 kroner hver. Og hadde dette vært en konkret, praktisk situasjon, ville alle sett at giveren sto tomhendt tilbake.

Men regnestykket er ikke ferdig riktig ennå. Vi må forsikre oss om at alle pengene er delt ut. Det gjør vi ved å se hvor mange enkroner som er delt ut når 5 personer har fått 5 kroner hver. Altså: $5 \cdot 5 = 25$

Eksempel 3: Trinn j

675 : 5 = 135
<u>5</u>
17
<u>15</u>
25
<u>25</u>
0

Vi ser at vi har brukt opp alt sammen, og står igjen med 0 kroner.

Kortversjonen av denne fremgangsmåten blir:

1. Man dividerer første siffer med divisor (Divisjonen foregår mot høyre)
2. Man multipliserer tilbake (svaret · divisor), for å finne ut hvor mye man "har brukt" Multiplikasjon foregår mot venstre)
3. Man subtraherer det man har brukt fra det man hadde, for å finne ut hva man har igjen (resten)
4. Man adderer neste siffer i dividenden med resten.

Og da står man overfor en ny divisjon mot høyre, etterfulgt av en ny multiplikasjon mot venstre o.s.v.

Skal man lage en regel for hvordan denne algoritmen virker, kan det være:

REGEL

Trinn	1	2	3	4
Regneart	:	·	-	+
Retning	→	←	↓	↓

6c EN ALGORITME SOM ER MYE BRUKT (Trappetrinn)

En algoritme som er mye brukt

Denne fremgangsmåten er mye i bruk. Mange foreldre har lært denne på skolen, mens barna kanskje lærer en annen fremgangsmåte på skolen.

Eksempel 4: Trinn a

675 : 5 =

For å komme i gang med denne fremgangsmåten må oppgaven skrives på en annen måte:

Eksempel 4: Trinn b

5 | 675

Her vil svaret komme over linja (På det øverste trappetrinnet), og utregningen kommer under tallet 675.

Vi begynner med å spørre: Hvor mye går 5 opp i 6: Svar 1

Da skriver vi 1 over linja

Eksempel 4: Trinn c

```
      1
  5 | 675
```

1 · 5 = 5. Derfor skriver vi 5 under 6-tallet

Eksempel 4: Trinn d

```
      1
  5 | 675
      5
```

Deretter trekker vi 5 fra 6:

Eksempel 4: Trinn e

```
      1
  5 | 675
      5
      ‾
      1
```

Det neste trekket er å trekke ned 7-tallet

Eksempel 4: Trinn f

```
      1
  5 | 675
      5
      ‾
      17
```

Og vi får en ny problemstilling: Hvor mye går 5 opp i 17? Svaret er 3. Vi fører 3 opp i svaret og 15 under 17 (Fordi 3 $\cdot$ 5 = 15).

Eksempel 4: Trinn g

```
     13
5 | 675
    5
    17
    15
```

Og nå trekker vi 15 fra 17. Det blir 2.

Eksempel 4: Trinn h

```
     13
5 | 675
    5
    17
    15
     2
```

Deretter trekker vi ned 5-tallet:

Eksempel 4: Trinn i

```
     13
5 | 675
    5
    17
    15
     25
```

…og et nytt spørsmål: Hvor mye går 5 opp i 25? Svaret er 5. Vi skriver 5 opp i svaret og 25 ned i regnestykket

Eksempel 4: Trinn j

```
     135
 5 | 675
     5
     17
     15
      25
      25
```

Og da står det bre igjen å kontrollere at delestykket går opp. Ved å trekke 25 fra 25. Svaret blir 0.

Eksempel 4: Trinn k

```
     135
 5 | 675
     5
     17
     15
      25
      25
       0
```

6d Algoritme med forenklet noteringsmåte

Mange elever foretrekker å skrive minst mulig. De fleste antar at lite skriving er det samme som lite tenking. Det er ikke alltid riktig. Denne fremgangsmåten ser enkel ut. Det er den også, men den krever et klart hode.

Vi henter frem eksemplet fra standardalgoritmen (kap 6b).

Eksempel 5: Trinn a

675 : 5 =

Vi ser at 5 går 1 gang opp i 6

Eksempel 5: Trinn b

675 : 5 = 1

Da har vi brukt 5 av de 6, og har 1 igjen. Den eneren fører vi opp som minnetall mellom hundrerplassen og tierplassen. Dermed kan vi se at vi har 17 tiere (minnetallet pluss de 7 tierne vi har fra før)

Eksempel 5: Trinn c

$6^{1}75 : 5 = 1$

Nå har vi 10 + 7 = 17 på tierplassen. 5 går 3 gang i 17. Vi skriver 3 i svaret

Eksempel 5: Trinn d

1
675 : 5 = 13

Da har vi brukt 15 av de 17, og står igjen med 2. Disse 2 fører vi opp som et minnetall mellom tierplassen og enerplassen

Eksempel 5: Trinn e

1 2
675 : 5 = 13

På enerplassen har vi dermed 2 tiere pluss de 5 enerne vi hadde fra før:
20 + 5 = 25. 5 går 5 ganger i 25. Vi skriver 5 i svaret.

Eksempel 5: Trinn f

1 2
675 : 5 = 135

Som sagt – en meget forenklet skrivemåte, og kanskje også en forenklet tenkemåte. Men prosessen er akkurat den samme som i standardalgoritmen.

6e Algoritme med utgangspunkt i praktisk deling

Denne algoritmen kan synes litt komplisert og ulogisk, men den tar utgangspunkt i hvordan mange tenker (Kjøsnes 1997). For ordens skyld har jeg skrevet trinnvise kommentarer ved siden av utregningen.

Eksempel 6:

Utgangspunktet er regnestykket 354 : 6 =

		354 : 6 =	
Det går i hvert fall 6 · 5 = 30. Da har vi altså delt ut 30	Trinn a	30	5
Med over 300 igjen kan de sikkert få 10 til hver. Da	Trinn b	324	10
deler vi ut 6 · 10 = 60		60	
Det går sikkert an å dele ut 20 til hver, også.	Trinn c	264	20
6 · 20 = 120		120	
Vi ser greit at det går med 20 til…	Trinn d	144	20
		120	
Det strammer seg til. 6 går 4 ganger i 24	Trinn e	24	4
6 · 4 = 24		24	
Nå går det ikke å dele på 6 mer.		0	59

Altså får vi at: 354 : 6 = 59

Denne metoden funker som bare det. Det spiller ingen rolle hvilket tall du begynner å dele med. Her kan man prøve seg frem så mye man ønsker. Problemet er at det blir mange minusstykker, og det gjelder å holde tunga rett i munnen hvis man for eksempel trøbler med låning eller noe slikt.

7 LITT MER AVANSERT

Når et barn har lært seg å beherske en algoritme, står vi klar med enda noen utfordringer. Innenfor rammen av mellomtrinnet er det 4 nye områder som gjelder når divisjonsferdigheter skal utvikles videre. Det gjelder:

1. Divisjon når divisor er et flersifret tall.
2. Når du skal dele et desimaltall
3. Når du skal dele på et desimaltall
4. Når stykket ikke går opp

I dette kapitlet skal vi se på disse tre utfordringene. Jeg tar utgangspunkt i standardalgoritmen, men andre algoritmer er fullt ut i stand til å handtere disse utfordringene.

7a NÅR DU SKAL DELE PÅ ET TALL MED FLERE SIFFER

Dersom divisor har bare ett siffer klarer du deg greit hvis du har kontroll på den lille multiplikasjonstabellen (Gangetabellen fra 1 til 10). Verre blir det hvis divisor har flere siffer. Du kommer et stykke på vei ved å lære deg den store multiplikasjonstabellen (fra 11 til 20), men det hjelper deg lite når divisor blir enda større, for eksempel 47.

Det er nyttig å kunne et par-tre triks i den forbindelse:

For det første kan det være nyttig å kunne regne med overslag (behandles i et annet kapittel i boken).

Se på dette eksemplet:

Eksempel 7: Trinn a

1692 : 47 =

Vi ser at 47 kan rundes av til 50. Tallet 169 delt på 50 blir omtrent 3. $50 \cdot 3 = 150$, så det prøver vi:

Men vi må huske på at det ikke er 50, men 47 vi skal regne med. 47 · 3 = 141

Eksempel 7: Trinn b

1692 : 47 = 3
141

Så jobber vi oss videre:

Eksempel 7: Trinn c

1692 : 47 = 3
<u>141</u>
282

Her har vi flaks, for vi kan se at 282 er det dobbelte av 141. Altså blir svaret dobbelt så stort, nemlig 6.

Eksempel 7: Trinn d

1692 : 47 = 36
<u>141</u>
282
<u>282</u>
0

Et annet triks kan være å lage seg den lille tabellen til divisor. Skal du for eksempel dele på 38, er det enkelt å lage (på et kladdeark) den aktuelle gangetabellen. Den lager du ved å addere 38 ti ganger (se tabell neste side):

38	.	1	=	38
			+	38
38	.	2	=	76
			+	38
38	.	3	=	114
			+	38
38	.	4	=	152
			+	38
38	.	5	=	190
			+	38
38	.	6	=	228
			+	38
38	.	7	=	266
			+	38
38	.	8	=	304
			+	38
38	.	9	=	342
			+	38
38	.	10	=	380

Det er viktig å holde tunga rett i munnen. Du får en test på om du har regnet riktig når du kommer til 5-gangen, fordi det skal slutte på 0 eller 5 (Se avsnittet om hoderegning). Du får også en endelig bekreftelse på at du har regnet riktig når du kommer til det siste tallet, fordi et tall ganget med 10 gir som svar tallet med en null bakerst (38 · 10 = 380).

En slik tabell kan synes litt tungvint å lage, og det kan være lurt å trene litt på å lage slike. Etter hvert går det greiere.

6b NÅR DU SKAL DELE ET DESIMALTALL

Når du skal dele et desimal-tall

Fremgangsmåten blir omtrent den samme om dividenden er et heltall eller et desimaltall. Du regner som om tallet ikke har komma. Men det er én viktig forskjell:

FOR! Du må passe På når du trekker ned tallet som står på tidelsplassen – det første tallet etter komma. Da må du sette inn et komma i svaret før du trekker ned tallet.

7c NÅR DU SKAL DELE PÅ ET DESIMALTALL

(Dette ligger egentlig utenfor gjeldende læreplan for 5. – 7. klassetrinn. Men mange elever kommer dit, og det er ikke så sjelden man møter denne problemstillingen i livet utenfor skolen. Derfor er det naturlig å ta det med.)

Hvis divisor er et desimaltall stiller det seg litt annerledes. Det er ikke lett å holde styr på desimalene, særlig hvis det blir flere av dem. Det vil derfor være et poeng å bli kvitt desimalene.

Det kan man gjøre ved å multiplisere med 10 (hvis det er 1 desimal, 100 hvis det er 2 desimaler o.s.v.).

Men man kan ikke uten videre multiplisere divisor med 10. Det betyr jo at man dividerer med et tall som er ti ganger så stort.

Men her kommer vi til et av de mange hokus-pokus som man kan tillate seg å gjøre i matematikken. Man kan gange **både** dividend og divisor med det samme tallet. Forholdet mellom dividend og divisor forblir uforandret

Eksempel 8: Trinn a

84 : 3,5 =

Eksempel 8: Trinn b

84 : 3,5 = | · 10

Den loddrette streken etter oppgaven betyr at hele regnestykket multipliseres med 10.

Eksempel 8: Trinn c

84 : 3,5 = | · 10
840 : 35 =

…og så er det bare å dele ivei…!

I dette eksemplet kunne man også utvidet med 2 i stedet for 10:

Eksempel 8: Trinn d

84 : 3,5 = | · 2
168 : 7 =

Det er kanskje litt lettere å dele på 7 enn å dele på 35?

7d NÅR STYKKET IKKE GÅR OPP

Når stykket ikke går opp

Ofte vil det være slik at stykket ikke går opp. Vi ender med en rest som ikke uten videre lar seg dele. Om denne resten er viktig eller ikke, vil avhenge av oppgaven (se avsnitt om delings- og målingsdivisjon). Vi skal se på 3 ulike måter å avslutte en slik divisjon på.

7d.1 LØSNING MED REST

Løsning med rest

Den vanligste formen for avslutning av divisjoner som ikke går opp er å la det "henge igjen" en rest.

Eksempel:

Eksempel 9:

579 : 6 = 96
54
 39
 36
  3 i rest

Vi ser at 3 er mindre enn 6. Svaret blir derfor mindre enn 1. Vi får en rest på 3.

7d.2 LØSNING MED DESIMALTALL

Men noen ganger kan vi ikke slå oss til ro med at det blir en rest. Vi må regne videre for å se om stykket kan gå opp. Da må vi innføre desimaltall i svaret, selv om det ikke er desimaltall i oppgaven.

Før vi gjør det må vi vite følgende: Tallet 579 er et heltall. Heltall kan skrives som desimaltall, men med 0 på desimalplassene. Slik: 579,00. Overført til for eksempel penger, vil vi straks se at 579 kroner er akkurat det samme som 579 kroner 0 øre.

Når vi regner videre, tenker vi oss altså at det står 579,00. I stedet for å ende med 3 i rest, henter vi ned 0 fra tidelsplass, og setter samtidig et komma i svaret:

Eksempel 10: Trinn a

```
579 : 6 =  96,
54
  39
  36
    30
```

Nå ser vi at divisjonen går opp:

Eksempel 10: Trinnb

```
579 : 6 =  96,5
54
  39
  36
    30
    30
     0
```

Men vi kan oppleve at vi ikke er så heldige som i dette eksemplet. Kanskje divisjonen ikke går opp før vi har så mange desimaler at det ikke gir noen mening, eller kanskje aldri i det hele tatt. Da kan vi ty til løsningen å avrunde svaret oppover eller nedover. Dette er nærmere omtalt i kapitlet om Hoderegning. Her vises bare to eksempler:

Først å avrunde oppover:

Eksempel 11

577 : 6 = 96,166 ≈ 96,17
<u>54</u>
31
<u>36</u>
10
<u>6</u>
40
<u>36</u>
40
<u>36</u>
4

Vi stryker det siste sifferet, men forhøyer det nest siste fra 6 til 7. Svaret blir unøyaktig, det er litt høyere enn utregninga tilsier. Derfor innføres tegnet ≈. Det betyr "tilnærmet lik" og indikerer at svaret ikke er nøyaktig.

Så et eksempel på avrunding nedover:

Eksempel 12

578 : 6 = 96,333 ≈ 96,33
<u>54</u>
38
<u>36</u>
20
18
20
<u>18</u>
20
<u>18</u>
2

Her stryker vi det siste sifferet, men gjør ingenting med det nest siste. Svaret blir dermed litt mindre enn utregninga tilsier. Derfor må vi bruke tegnet ≈ her også.

7d.3 LØSNING MED BRØK

Har vi en oppgave som ikke går opp, men som likevel krever nøyaktig svar, kan vi ty til brøk. Vi går tilbake til oppgaven i eksempel 10:

Eksempel 13

$$578 : 6 = 96\frac{2}{6}$$

$$\begin{array}{l} \underline{54} \\ 38 \\ \underline{36} \\ 2 \end{array}$$

Vi står igjen med 2 i rest. Denne resten skal deles på 6. 2 : 6 kan skrives som brøk: $\frac{2}{6}$. Dette svaret, $96\frac{2}{6}$, er helt nøyaktig, i motsetning til svarene der vi forhøyet eller forkortet.

8 Å KONTROLLERE SVARET

Alt for mange regnestykker har feil svar som burde vært oppdaget. Det er mange enkle måter å kontrollere om svaret er riktig eller i det minste virker sannsynlig. Det er nærmere omtalt i et eget kapittel. Her nevnes bare stikkordmessig det mest sentrale knyttet til divisjon.

1. Virker svaret sannsynlig? Ved å avrunde tallene i oppgaven kan man sjekke om svaret ligger noenlunde i nærheten av en fornuftig løsning:

   Et eksempel:

Eksempel 14: Trinn a

1692 : 47 =

Ved å runde av tallene vil vi for eksempel få:

Eksempel 14: Trinn b

1700 : 50 =

Det er kanskje ikke så lett å se hva dette blir, så vi kan runde ytterligere av: 1700 er omtrent midt imellom 1500 og 2000:

Eksempel 14: Trinn c

1500 : 50 = 30
2000 : 50 = 40

Og dermed kan vi se at 1692 : 47 skal ha et svar som ligger omtrent midt imellom 30 og 40, antagelig temmelig nærme 35. Det riktige svaret er 36 (Eksempel 5, side 24)

2. Feil ved bruk av komma. Dette er også en vanlig feil som lett lar seg kontrollere: Kontrollen henger nøye sammen med pkt. 1 – å sjekke om svaret virker sannsynlig. Hvis man på divisjonen 7 : 2 får svaret 35, så må det åpenbart være en feil et sted.

3. Kontroll med motsatt regneart. Det motsatte av divisjon er multiplikasjon. Hvis man lager et gangestykke der svaret i delestykket multipliseres med divisor, vil man få dvidenden som svar hvis man har regnet riktig.

Vi kan bruke tallene fra eksempel 5 en gang til:

Eksempel 15: Trinn a

$1692 : 47 = 36$

Dette svaret kan vi kontrollere ved å gange tilbake:

Eksempel 15: Trinn b

$36 \cdot 47 = 1692$

Hvis vi ikke hadde fått dividenden som svar, måtte vi ha sett etter feilen, eller foretatt divisjonen en gang til.

9 NETTSTEDER SOM DET ER LURT Å SJEKKE

FORLAG MED NETTSTED KNYTTET TIL SINE LÆREVERK

ASCHEHOUG (Matteverk: Abakus)

Deres nettsted knyttet til læreverket er http://www.lokus123.no/

GYLDENDAL (Matteverk: Multi)

Deres nettsted knyttet til læreverket er http://www.gyldendal.no/multi/

CAPPELEN/DAMM (Matteverk: Tusen millioner)

Deres nettsted knyttet til læreverket er (Bokmål) http://tusenmillioner5-7.cappelendamm.no/

(Nynorsk) http://tusenmillionar5-7.cappelendamm.no/

Caspar forlag: Digitalt matteverk: http://www.caspar.no/matemania.php

ANDRE NETTSTEDER

Nasjonalt nettsted for matematikk: http://www.matematikk.org/

Skolenettet: Lenkesamling for matematikk for 5. – 7. trinn:
http://www.skolenettet.no/Web/Templates/Pages/Subject.aspx?id=5181&epslanguage=NO&scope=5-7

Gruble.net: Nettsted med mange øvingsoppgaver i matematikk: http://www.gruble.net/

Leksehjelp for foreldre: www.leksehjelpforforeldre.no

10 STIKKORDLISTE (Forklaringer på ord og uttrykk)

I denne oversikten angir sidetallet hvor et ord eller uttrykk forekommer første gang i teksten.

	Ord/uttrykk	Forklaring	Side
A	Algoritme	Fremgangsmåte – regneregel,	2
	Addere	Å legge sammen. ”Plusse”	13
	Avrunding	Teknikk som brukes i forbindelse med utregninger som ikke går opp.	
	Avrunding oppover	Avrundingsregel: Tall som ender på 5, 6, 7, 8 eller 9 avrundes oppover ved å stryke siste siffer og øke det nest siste sifferet med 1.	29
	Avrunding nedover	Avrundingsregel: Tall som ender på 0, 1, 2, 3 eller 4 avrundes nedover ved å stryke siste siffer og beholde nest siste siffer som det er.	29
B	Benevning	Noteres som regel bak et tall, og angir hva tallet dreier seg om. Vanlige benevninger er for eksempel navn på måleenheter (kg, kr, dl o.s.v.)	6
	Brøk	Vanligvis en tallmengde som er mindre enn 1. En brøk kan også betraktes som en divisjon der brøkstreken erstatter divisjonstegnet	11
D	Dividend	Det tallet i en divisjon som skal deles	4
	Divisor	Det tallet som angir hvor mye dividenden skal deles i	4
	Delingsdivisjon	Divisjon der oppgaven er å finne ut hvor store delmengder dividenden (s.d.) blir delt i.	6
	Divisjons-algoritme	Strategi – fremgangsmåte, oppskrift for hvordan en divisjon kan utføres.	
F	Forholdstall	Koeffisienten (s.d.) brukes ofte som en fast størrelse som kan settes inn i en formel	5
	Forkorte (1)	Å dele teller og nevner på samme tall. Å dele dividend og divisor med samme tall.	13
H	Hoderegnings-teknikker	Strategier som utvikles for å forenkle regneprosessen	13
K	Koeffisient	Et konstant som brukes i formler og beregninger.	5
	Kvotient	Resultatet av en divisjon – ”svaret”	4

	Ord/uttrykk	Forklaring	Side
M	Målingsdivisjon	Divisjon der oppgaven er å finne ut hvor mange delmengder dividenden (s.d.) blir delt i.	9
	Multiplikasjon	Ganging	14
	Misoppfatning	Uttrykk som brukes på situasjoner der man har utviklet en feil strategi for løsning av en oppgave, men som man tror er riktig..	
P	Partall	Alle tall som slutter på 0, 2, 4, 6 eller 8	13
	Posisjonssystemet	Den måten vi organiserer et tall med enerplass, tierplass, hundrerplass o.s.v. Et siffer skifter verdi alt etter hvor i posisjonssystemet sifferet forekommer. Et 3-tall på hundreplassen har verdien 300, mens det på enerplass bare har verdien 3.	
R	Rest	En rest oppstår når divisjonen ikke går opp. Noen ganger må resten regnes med, og andre ganger skal den ikke regnes med	7
T	Tverrsum	Summen av alle sifrene i et tall.	13
	Titallsystemet	Den grunnleggende måten vi organiserer tallene på. Titallsystemet er basert på de 10 talltegnene 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Alle tall bygges opp med disse tegnene. Dette er nært knyttet sammen med posisjonssystemet (s.d.)	17
	Tilnærmet lik (≈)	Tegn som viser at den høyre siden og den venstre siden ikke er nøyaktig like. Brukes som regel i forbindelse med avrunding av et svar.	29

KILDER:

Breiteig, T. and R. Venheim (1999). Matematikk for lærere 1. [Oslo], Tano Aschehoug.

Kunnskapsdepartementet and Utdanningsdirektoratet (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet. Oslo, Utdanningsdirektoratet.

Kjøsnes, Nils Johan: Divisjonsalgoritmen - gudeskapt eller skapt av mennesker? (Tangenten nr. 3 1997)

Smith, K.S og C. B. Hotvedt (2009). Leksehjelpen, Matematikk for foreldre. [Oslo], Kagge Forlag